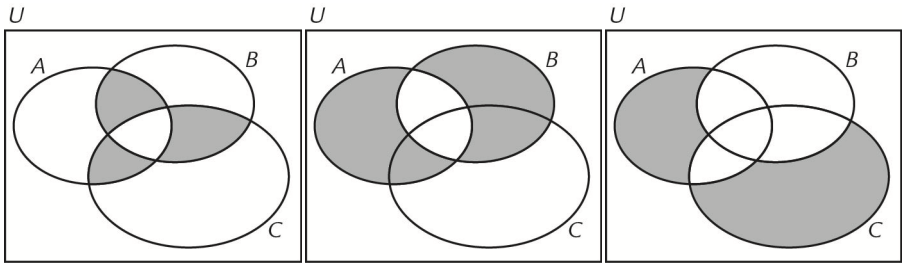
**ESERCIZI DI RIPASSO PER LA VERIFICA**

## Insiemi e logica

**1.** Scrivi sotto a ciascuna figura l'operazione il cui risultato corrisponde all'insieme evidenziato.




**a.** $[(A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (C \cap A)] - (A \cap B \cap C)$ **b.** $(A \cup B) - (A \cap B)$ **c.** $(A \cup C) - [(A \cap C) \cup B]$

**2.** Dati gli insiemi $A = \{x \in N | 10 \leq x < 20\}$, $B = \{x \in N | x \text{ è un divisore di } 15\}$ e $C = \{x \in N | \text{x è una cifra del numero } 135\}$, rappresenta per elencazione i seguenti insiemi:

$A - \mathrm{B}$

$A \cap \mathrm{B}$

$\overline{C}_B$

Poiché $A = \{10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19\}$ $B = \{1; 3; 5; 15\}$ $C = \{1; 3; 5\}$

Risulta: $A - B = \{10; 11; 12; 13; 14; 16; 17; 18; 19\}$

$A \cap \mathrm{B} = \{15\}$

$\overline{C}_B = \{15\}$

**3.** Considerando come insieme universo $U$ l'insieme degli studenti di una scuola, siano $T$ l'insieme degli studenti della scuola che possiedono un tablet, $S$ l'insieme degli studenti che possiedono uno smartphone. Ecco i dati:

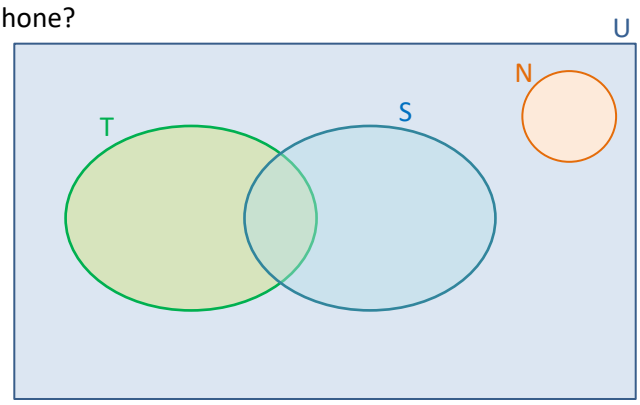
700 = numero totale studenti della scuola

100 = numero di studenti che non possiedono né tablet né smartphone

200 = numero studenti che possiedono un tablet

600 = numero studenti che possiedono uno smartphone

Quanti studenti possiedono sia il tablet sia lo smartphone?




Indico con N l'insieme di coloro che non possiedono né tablet né smartphone. Dai dati:

$|U| = 700; \quad |N| = 100; \quad |T| = 200; \quad |S| = 600$

Pertanto, risulta:

- Numero studenti che possiedono o tablet o smartphone = $|U| - |N| = 700 - 100 = 600$
- $|T| = 200 +$

  $|S| = 600$

  $800 - 600 = 200$

Ciò significa che 200 alunni hanno sia smartphone sia tablet (in questo caso particolare tutti coloro che hanno un tablet hanno anche uno smartphone, ovvero risulta S sottoinsieme di T)

**4.** Determina l'insieme delle parti del seguente insieme: $A = \{x|\text{x è una vocale della parola "baule"}\}$. Quanto vale la cardinalità dell'insieme $B = \{x|\text{x è una lettera della parola "baule"}\}$?

Poiché $A = \{a; u; e\}$

risulta: $\mathcal{P}(A) = \{\{a\};\ \{u\};\ \{e\};\ \{a; u\};\ \{a; e\};\ \{u; e\};\ \emptyset;\ \{a; u; e\}\}$

$|\mathcal{P}(B)| = 2^5 = 32$

## Numeri naturali e numeri interi

**Calcola il valore delle seguenti espressioni, applicando le proprietà delle potenze ovunque possibile.**

**5.** $-\{[-(-5)^3]^2(-5)^4 : 5^7 \cdot (-5)^{10}\}[-(-5)^8 : (+5)^3]^6 + [(-5)^{10} : (-5)^5]^8[-(-5)^3] =$

$= -\{(5)^6(5)^4 : 5^7 \cdot (5)^{10}\}[-(5)^8 : (5)^3]^6 + [-(5)^{10} : (5)^5]^8\ 5^3 =$

$= -\{5^3 \cdot 5^{10}\}[-(5)^5]^6 + [-(5)^5]^8\ 5^3 =$

$= -5^{13}\ 5^{30} + 5^{40}\ 5^3 = -5^{43} + 5^{43} = 0$

**6.** $36^2 \cdot (-27) : (-3) \cdot (-54)^6 : (-3)^6 \cdot [(-108)^2 : 27^2] : (-81)^4 : (-4)^6 =$

$= 36^2 \cdot 9 \cdot (18)^6 \cdot [(4)^2] : (81)^4 : (4)^6 =$

$= (2^2 \cdot 3^2)^2 \cdot 3^2 \cdot (2 \cdot 3^2)^6 \cdot 2^4 : 3^{16} : 2^{12} =$

$= 2^4 \cdot 3^4 \cdot 3^2 \cdot 2^6 \cdot 3^{12} \cdot 2^4 : 3^{16} : 2^{12} =$

$= 2^{14} \cdot 3^{18} : 3^{16} : 2^{12} = 2^2 \cdot 3^2 = 6^2 = 36$

**7.** Un chimico deve lavorare con tre sostanze, che chiameremo a, b e c, che non si possono mescolare e di cui, ogni mese, deve trattare rispettivamente 120 litri, 360 litri e 900 litri. Sapendo che il chimico deve riempire con le sostanze il minimo numero possibile di recipienti tutti uguali e che alla fine del mese li deve svuotare e lavare, quanti lavaggi deve effettuare in un anno?

Calcolo il volume dei recipienti nei quali suddividere e "imbottigliare" le sostanze: devo determinare $MCD\ (120;\ 360;\ 900)$. Pertanto:

$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$

$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$

$900 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$

$MCD\ (120;\ 360;\ 900) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$

In un mese lava: $120 : 60 = 2$ recipienti di sostanza a

$360 : 60 = 6$ recipienti di sostanza b

$900 : 60 = 15$ recipienti di sostanza c

TOTALE: 23 recipienti al mese, pari a $23 \cdot 12 = 276$ in un anno

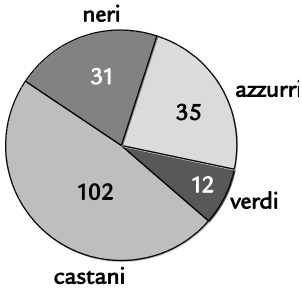
**8.** Ordina in senso crescente i seguenti numeri interi, interponendo fra essi il simbolo < (oppure = qualora rappresentino lo stesso valore): $5;\ -5;\ 5^2;\ -5^2;\ 0^5; 5^0;\ |-5|;\ (-5)^2$

$$-5^2 < -5 < 0^5 < 5^0 < 5 = |-5| < 5^2 = (-5)^2$$

## Numeri razionali e introduzione ai numeri reali

**9.** Con riferimento ai dati del grafico a torta in figura, completa la seguente tabella.

| colore degli occhi | numero di individui | frazione di individui rispetto al totale | tipo di numero decimale rappresentato dalla frazione | numero decimale rappresentato dalla frazione |
|---|---|---|---|---|
| azzurri | 35 | $\frac{35}{180}=\frac{7}{36}$ | PERIODICO MISTO | $0{,}19\overline{4}$ |
| verdi | 12 | $\frac{12}{180}=\frac{1}{15}$ | PERIODICO MISTO | $0{,}0\overline{6}$ |
| castani | 102 | $\frac{102}{180}=\frac{17}{30}$ | PERIODICO MISTO | $0{,}5\overline{6}$ |
| neri | 31 | $\frac{31}{180}$ | PERIODICO MISTO | $0{,}17\overline{2}$ |




**10.** Ordina in senso crescente i seguenti numeri razionali, interponendo fra essi il simbolo < (oppure = qualora rappresentino lo stesso valore):

$0,\overline{5}$ $\quad \frac{16}{27}$ $\quad 58\%$ $\quad \left(\frac{5}{9}\right)^2$ $\quad \left(\frac{5}{9}\right)^{-1}$ $\quad \left|-\frac{5}{9}\right|$ $\quad \frac{1}{2}$ $\quad \frac{|-5|}{|-9|}$

Riscrivo tutti i numeri in forma decimale:

$0,\overline{5}$; $\frac{16}{27}=0,\overline{592}$; $58\%=\frac{58}{100}=0{,}58$; $\left(\frac{5}{9}\right)^2=0{,}31$; $\left(\frac{5}{9}\right)^{-1}=\frac{9}{5}=1{,}8$; $\left|-\frac{5}{9}\right|=\frac{5}{9}=0,\overline{5}$; $\frac{1}{2}=0{,}5$; $\frac{|-5|}{|-9|}=\frac{5}{9}=0,\overline{5}$

$$\left(\frac{5}{9}\right)^2<\frac{1}{2}<0,\overline{5}=\left|-\frac{5}{9}\right|=\frac{|-5|}{|-9|}<58\%<\frac{16}{27}<\left(\frac{5}{9}\right)^{-1}$$

**Calcola il valore delle seguenti espressioni, applicando le proprietà delle potenze ovunque possibile.**

**11.** $\left[-\left(\frac{1}{3}-\frac{2}{5}-\frac{2}{15}+2\right):\frac{1}{3}:\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}+\left(3+\frac{1}{2}\right)\left(\frac{7}{2}+10+\frac{22}{3}\right)^{-1}:\left(\frac{1}{6}-\frac{2}{5}\right)\right]\left(2-\frac{2}{11}\right)=$

$=\left[-\left(\frac{27}{15}\right):\frac{1}{3}:\left(-\frac{3}{2}\right)^3+\left(\frac{7}{2}\right)\left(\frac{125}{6}\right)^{-1}:\left(-\frac{7}{30}\right)\right]\left(\frac{20}{11}\right)=$

$=\left[\frac{9}{5}\cdot 3\cdot\frac{8}{27}+\frac{7}{2}\cdot\frac{6}{125}\cdot\left(-\frac{30}{7}\right)\right]\left(\frac{20}{11}\right)=$

$=\left[\frac{8}{5}-\frac{90}{125}\right]\left(\frac{20}{11}\right)=$

$=\left[\frac{8}{5}-\frac{18}{25}\right]\left(\frac{20}{11}\right)=\frac{22}{25}\cdot\frac{20}{11}=\frac{8}{5}$

**12.** $\frac{5^{-1}-\left(-\frac{2}{3}\right)^{3}\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)^{2}}{5^{-1}+\left(-\frac{2}{3}\right)^{7}:\left(+\frac{2}{3}\right)^{4}:\left(-\frac{3}{2}\right)^{-3}}$

$$=\frac{\frac{1}{5}-\left(-\frac{2}{3}\right)^{3}\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}}{\frac{1}{5}+\left(\frac{2}{3}\right)^{7}:\left(\frac{2}{3}\right)^{4}:\left(\frac{2}{3}\right)^{3}}=$$

$$=\frac{\frac{1}{5}-\left(-\frac{2}{3}\right)}{\frac{1}{5}+\left(\frac{2}{3}\right)^{0}}=$$

$$=\frac{\frac{1}{5}+\frac{2}{3}}{\frac{1}{5}+1}=\frac{13}{15}:\frac{6}{5}=\frac{13}{15}\cdot\frac{5}{6}=\frac{13}{18}$$

**13.** $\frac{15}{7}\cdot\left[\frac{2}{15}+\frac{\left(\frac{1}{9}-0{,}3\overline{2}\right):0{,}\overline{19}+0{,}16}{\frac{6}{5}\cdot 0{,}5\cdot 0{,}\overline{5}-\frac{24}{25}}\right]=$

$$=\frac{15}{7}\cdot\left[\frac{2}{15}+\frac{\left(\frac{1}{9}-\frac{29}{90}\right):\frac{19}{99}+\frac{4}{25}}{\frac{6}{5}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{9}-\frac{24}{25}}\right]=$$

$$=\frac{15}{7}\cdot\left[\frac{2}{15}+\frac{\left(-\frac{19}{90}\right)\cdot\frac{99}{19}+\frac{4}{25}}{\frac{1}{3}-\frac{24}{25}}\right]=$$

$$=\frac{15}{7}\cdot\left[\frac{2}{15}+\frac{-\frac{11}{10}+\frac{4}{25}}{-\frac{47}{75}}\right]=$$

$$=\frac{15}{7}\cdot\left[\frac{2}{15}+\left(-\frac{47}{50}\right)\left(-\frac{75}{47}\right)\right]=$$

$$=\frac{15}{7}\cdot\left[\frac{2}{15}+\frac{3}{2}\right]=\frac{15}{7}\cdot\frac{49}{30}=\frac{7}{2}$$

**14.** *Versione difficile*: a un concorso si presentano soltanto i $\frac{3}{4}$ degli iscritti. Sapendo che superano il concorso 96 candidati e che questi ultimi sono i $\frac{2}{5}$ di coloro che si sono presentati, determina quanti erano gli iscritti al concorso.

Sia $x = \ totale\ iscritti.$

Coloro che hanno superato l'esame sono $\frac{2}{5}\ di\ \frac{3}{4}\ del\ totale$, ovvero $\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4}\cdot x=\frac{3}{10}x.$

Pertanto: $\frac{3}{10}x=96$ da cui si ricava $x=\frac{96}{3}\cdot 10=320$

*Versione facile*: a un concorso si presentano 90 candidati, pari ai $\frac{3}{4}$ degli iscritti. Sapendo che superano il concorso solo i $\frac{2}{5}$ di coloro che si sono presentati, quanti sono gli esclusi (tra assenti e bocciati)?

Sia $x = \ totale\ iscritti.$

Coloro che si presentano sono $\frac{3}{4}\ del\ totale$, ovvero: $\frac{3}{4}\cdot x=90$ da cui $x=120.$

Coloro che superano l'esame sono : $\frac{2}{5}\cdot 90=36$, gli esclusi in totale sono $120-36=84$

**15.** Una lattina di birra da 330 ml contiene 18 ml di alcool. Quanto alcool è contenuto in una bottiglia da 1 l della medesima birra?

$18:330 = x:1000$ ricavo $x = 54,\overline{54}$ ml

**16.** Traduci in linguaggio matematico la seguente espressione e determina il risultato: calcola il quoziente tra il reciproco di $\frac{5}{9}$ e la differenza tra l'opposto di $\frac{1}{3}$ e il quadrato di $\frac{1}{2}$

$$\frac{9}{5}:\left[-\frac{1}{3}-\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]=\frac{9}{5}:\left[-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right]=\frac{9}{5}:\left(-\frac{7}{12}\right)=-\frac{9}{5}\cdot\frac{12}{7}=-\frac{108}{35}$$